

Uncertainty estimation of discharge rating curves using GLUE and Bayesian approaches

Aboalhasan Fathabadi^{1*}, Seyed Morteza Seydian² and Hossein Emami³

¹ Associate Professor, Rangeland and Watershed Management Department, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Gonbad Kavous University, Gonbad Kavous, Iran

² Associate Professor, Rangeland and Watershed Management Department, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Gonbad Kavous University, Gonbad Kavous, Iran

³ M.Sc., Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran

Received: 31 December 2025

Accepted: 07 June 2026

Extended abstract

Introduction

Any modeling and decision-making process in watershed management fundamentally depends on accurate discharge data at the basin outlet. However, direct measurement of discharge is both costly and time-consuming. Therefore, at hydrometric stations, water stage is routinely recorded, and discharge is estimated using the rating-curve equation corresponding to the observed stage. Nevertheless, several sources of uncertainty, including errors in measuring flow velocity, cross-sectional area, and stage height, as well as model limitations in estimating extreme flows and temporal variations in channel morphology caused by erosion, sediment deposition, and vegetation growth, result in inaccuracies in rating-curve-based discharge estimations. Such uncertainties propagate through hydrological model outputs and management decisions, potentially leading to considerable economic and environmental losses. Consequently, it is essential to quantify the uncertainty bounds of rating-curve-derived discharge estimates in order to mitigate risks associated with measurement and estimation errors. To date, both classical and Bayesian approaches have been employed for uncertainty estimation in rating curves. The Bayesian framework, in particular, offers significant advantages: in addition to incorporating observational data through the likelihood function, it allows prior hydraulic knowledge of the station to be embedded in the model through prior distributions. With recent advances in computational power and the widespread application of Markov Chain Monte Carlo (MCMC) sampling techniques, Bayesian methods have become a powerful and flexible tool for rating-curve uncertainty estimation, and various model structures have been introduced in recent years. Accordingly, the present study estimates rating-curve uncertainty using a Bayesian approach for three hydrometric stations located in Golestan Province.

Material and methods

The study area consists of three hydrometric stations: two mountainous stations, Galikesh and Lazoreh, characterized by coarse, gravel-bed channels, and one lowland station, Araz Kooseh, with a fine-grained sedimentary bed. After preliminary evaluation, stage–discharge data corresponding to the 2022–2023 hydrological year were utilized for analysis. Following the development of the rating curve for each station, uncertainty estimation was performed using the GLUE method and three Bayesian approaches: Python Package Ratingcurve (PPR), Generalized Power Law Model (GPLM), and the Norwegian Water Resources and Energy Directorate method (NVE). For the GLUE and GPLM approaches, only the single-segment model structure was applied. In contrast, for the PPR and NVE methods, one-, two-, and three-segment structures were evaluated, and the optimal structure was selected based on statistical performance criteria. Subsequently, uncertainty bounds of the rating curve were estimated accordingly. To assess and compare the performance of the applied methods, the uncertainty ranges were quantified using Mean Prediction Interval (MPI) and Prediction Interval Coverage Probability (PICP) metrics, accompanied by graphical visualization of the estimated uncertainty interval.

Result and discussion

The findings revealed that within the GPLM framework, the simplest structural configuration consistently demonstrated superior performance across all three hydrometric stations. Furthermore, at the Lazoreh and Araz Kooseh stations, the variability of uncertainty intervals exhibited a non-uniform pattern. In several

* Corresponding author: fathabadi@gonbad.ac.ir

cases, the uncertainty width estimated for lower stage values exceeded that of higher stages, indicating sensitivity of the model to flow regime transitions. Additionally, at stage levels for which direct discharge measurements were available, considerably narrower uncertainty bounds were obtained, highlighting the constraining effect of empirical observations on posterior uncertainty. Application of the NVE method showed that the single-segment model exhibited the best performance at the Galikesh and Lazoreh stations, while the two-segment structure provided a more adequate representation of rating-curve behavior at the Araz Koosheh station. For all three stations, however, this method yielded extremely narrow uncertainty bands at lower stage values, resulting in the exclusion of a substantial portion of observed stage–discharge pairs from the estimated uncertainty domain. This systematic deviation suggests a consistent under-representation of uncertainty in low-flow conditions by the NVE approach. In contrast, the PPR method identified the two-segment rating curve as the most appropriate structural formulation for all stations examined. Under this optimal configuration, uncertainty estimates were initially minimal at low stage values but expanded markedly with increasing stage. The observed inflation in uncertainty intervals at higher flows is likely attributable to sparse high-discharge measurements and increased hydraulic variability under such conditions. Overall comparative analysis using MPI and PICP performance indicators demonstrated that the GLUE method exhibited the most robust and reliable behavior among all models evaluated. Among Bayesian approaches, the PPR methodology outperformed both GPLM and NVE, yielding superior uncertainty characterization and predictive coverage.

Conclusion

In the present study, rating-curve uncertainty was evaluated using the GLUE method in conjunction with three Bayesian approaches—GPLM, PPR, and NVE. The findings revealed that all Bayesian frameworks yielded notably large uncertainty intervals. This outcome can plausibly be attributed to the reliance on weakly informative priors, stemming from limited hydrometric knowledge and the absence of river-specific hydraulic characteristics within the prior structure. Given the scarcity of empirical datasets and the lack of comprehensive, nationwide analyses of stage–discharge relationships in Iranian rivers, the formulation of richer and more informative prior distributions was not practically achievable in this investigation. This limitation underscores a critical research gap, indicating the necessity for extended field measurements, systematic data collection, and the development of regional hydraulic databases. Such advancements would provide the basis for constructing hydrologically informed priors and consequently enhance the reliability and precision of Bayesian uncertainty quantification in future studies.

Keywords: GPLM, NVE, River cross-section, Stage–discharge, Uncertainty

Cite this article: Fathabadi, A., Seydian, S.M., Emami, H., 2026. Uncertainty estimation of discharge rating curves using GLUE and Bayesian approaches. *Water. Eng. Manag.*18(3), 439-457.

© 2026, The Author(s). Published by Soil Conservation and Watershed Management Research Institute (SCWMRI). This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>)



برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه دبی با استفاده از رویکردهای GLUE و بیزی

ابوالحسن فتح آبادی^{۱*}، سید مرتضی سیدیان^۲ و حسین امامی^۳

^۱دانشیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه گنبد کاووس، گنبد کاووس، ایران

^۲دانشیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه گنبد کاووس، گنبد کاووس، ایران

^۳دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی منابع طبیعی آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران، کرج، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۱۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰

چکیده مبسوط

مقدمه

هر نوع مدلسازی و تصمیم گیری در مدیریت حوزه آبخیز نیاز به داده‌های دبی خروجی حوضه دارد. با توجه به هزینه بالا و زمان بر بودن اندازه‌گیری مستقیم دبی، در ایستگاه‌های هیدرومتری ارتفاع اشل قرائت و با استفاده از رابطه منحنی سنجه مقدار دبی برای این ارتفاع اشل محاسبه می‌شود. وجود عواملی مانند خطاهای اندازه‌گیری سرعت آب، سطح مقطع و ارتفاع اشل، محدودیت انواع مدل‌های برای برآورد دبی کمینه و بیشینه و تغییرات زمانی بستری رودخانه در نتیجه فرسایش، رسوبگذاری و رشد گیاهان موجب می‌شود مقادیر دبی برآورد شده با استفاده از منحنی سنجه دارای خطا و عدم قطعیت باشد. این عدم قطعیت در دبی محاسباتی در خروجی مدل‌های هیدرولوژیکی و تصمیمات مدیریتی منعکس و منجر به ایجاد خسارات زیاد می‌شود. بنابراین نیاز است تا با استفاده روش مناسب دامنه عدم قطعیت برای دبی برآوردی محاسبه تا از خسارات ناشی از خطای برآورد دبی جلوگیری شود. تاکنون از روش‌های آمار کلاسیک و بیزی در برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه استفاده شده است. در روش بیزی علاوه بر استفاده از اطلاعات نهفته در داده‌های مشاهداتی در قالب تابع احتمال، می‌توان از اطلاعات هیدرولیکی ایستگاه به‌صورت تابع توزیع پیشین برای برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه استفاده نمود. با افزایش قابلیت‌های شبیه‌سازی کامپیوترها که امکان نمونه‌برداری مونت کارلو- زنجیر مارکف را افزایش داده است، این روش‌ها گزینه مناسبی برای برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه به حساب می‌آیند و در سال‌های اخیر انواع ساختارهای آن برای برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه ارائه شده است. بدین منظور، در این تحقیق اقدام به برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه با استفاده از رویکرد های بیزی و GLUE در سه ایستگاه در استان گلستان شد.

مواد و روش‌ها

ایستگاه‌های مورد مطالعه در این تحقیق شامل دو ایستگاه کوهستانی گالیکش و لزوره که دارای بستر سنگلاخی و ایستگاه دشتی ارازکوسه که دارای بستر ریزدانه است، هستند. برای هر ایستگاه پس از بررسی اولیه، داده‌های دبی- اشل مربوط به سال آبی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ استفاده شد. پس از برازش منحنی سنجه در هر ایستگاه اقدام به برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه با استفاده از روش GLUE و سه رویکرد بیزی Python Package Ratingcurve (PPR)، Generalized Power (GPLM) و Law Model (GPLM) و روش Norwegian Water Resources and Energy (NVE) شد. برای روش GLUE و GPLM فقط ساختار یک بخشی مورد بررسی قرار گرفت. برای دو روش PPR و NVE ساختارهای یک تا سه بخشی مورد بررسی

* مسئول مکاتبات: fathabadi@gonbad.ac.ir

قرار گرفتند و با استفاده از معیارهای آماری ساختار مناسب تعیین شدند و اقدام به برآورد عدم قطعیت شد. پس از برآورد دامنه عدم قطعیت به منظور مقایسه عملکرد روش‌های مختلف از معیارهای MPI و PICP و همچنین نمایش گرافیکی دامنه عدم قطعیت برآوردی استفاده شد.

نتایج و بحث

نتایج نشان داد برای روش GPLM در هر سه ایستگاه مورد مطالعه مدلی که داری ساختار ساده‌تر بود، به عنوان مدل برتر انتخاب شده است. همچنین با استفاده از روش GPLM در دو ایستگاه لزوره و اراز کوسه تغییرات دامنه عدم قطعیت به صورت یکنواخت نبود، به طوری که در برخی موارد برای ارتفاع اشل پایین‌تر دامنه عدم قطعیت بزرگ‌تری نسبت به ارتفاع اشل بالاتر ارائه شده است. به علاوه در این دو ایستگاه در ارتفاع‌های اشل که دبی اندازه‌گیری شده، دامنه عدم قطعیت کوچک‌تری به دست آمده است. با استفاده از روش NVE در ایستگاه‌های گالیکش و لزوره مدل یک بخشی و در ایستگاه لزوره مدل دو بخشی عملکرد بهتری داشتند. با استفاده از این روش برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه برای مقادیر کوچک ارتفاع اشل دامنه عدم قطعیت خیلی کوچکی به دست آمده است. به طوری که اغلب داده‌های دبی اشل مشاهداتی خارج دامنه عدم قطعیت قرار گرفته اند. با استفاده از روش PPR در هر سه ایستگاه مورد مطالعه، مدل منحنی سنحه دوبخشی به عنوان مدل بهینه انتخاب شد. با استفاده از این روش برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه در ابتدا برای مقادیر اشل کوچک دامنه عدم قطعیت خیلی کوچکی برآورد شده است و در ادامه با افزایش ارتفاع اشل دامنه عدم قطعیت بزرگی به دست آمده است. مقایسه عملکرد چهار روش مورد مطالعه با استفاده از معیارهای MPI و PICP نشان داد روش GLUE بهترین عملکرد را در بین روش‌های مورد مطالعه داشته است و در بین روش‌های بیزی نیز روش PPR عملکرد بهتری نسبت به روش‌های GPLM و NVE داشته است.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق اقدام به برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه با استفاده از روش‌های GLUE و سه روش بیزی GPLM، PPR و NVE شد. نتایج نشان داد تمام رویکردهای بیزی مورد استفاده دامنه عدم قطعیت خیلی بزرگی ارائه داده اند که یک دلیل این مسأله را می‌توان استفاده از توابع پیشین با اطلاعات کم و عدم استفاده از ویژگی‌های هیدرولیکی رودخانه دانست. با توجه به اطلاعات کم و عدم وجود یک پژوهش فراگیر از رابطه اشل-دبی برای رودخانه‌های ایران متأسفانه امکان استفاده از توابع پیشین با اطلاعات بیشتر وجود نداشت و نیاز است تا با مطالعات بیشتر امکان استفاده از توابع پیشین دارای اطلاعات برای رودخانه‌های ایران فراهم شود.

واژه‌های کلیدی: دبی-اشل، عدم قطعیت، سطح مقطع رودخانه، GPLM، NVE

مقدمه

در هیدرولوژی برای مدیریت منابع آب، طراحی سازه‌های مهندسی، محاسبه نیروی برق‌آبی، بررسی اثرات تغییرات اقلیمی بر چرخه آب و محاسبه حجم آب مخزن سدها، نیاز به داده‌های اندازه‌گیری شده دبی خروجی حوزه آبخیز است. بنابراین هرگونه خطا و عدم قطعیت در اندازه‌گیری دبی، در خروجی مدل هیدرولوژیکی و همچنین تصمیمات مدیریتی اتخاذ

شده منعکس می‌شود که منجر به خسارات زیادی می‌شود (Kiang et al., 2018; Hodson et al., 2024). برای اندازه‌گیری دبی خروجی حوضه، نیاز به اندازه‌گیری مستقیم سرعت جریان و سطح مقطع رودخانه است. معمولاً اندازه‌گیری سرعت جریان در تمام روزهای سال امری زمان‌بر و پرهزینه است (Jalbert et al., 2011). در ایستگاه‌های آب‌سنجی برای برخی روزها، مقادیر سرعت و سطح مقطع همزمان با تراز آب در سطح مقطع رودخانه اندازه‌گیری و با در نظر

به عنوان مثال تغییرات زمانی در نتیجه فرسایش و رسوبگذاری در بستر رودخانه، تغییرات فصلی ناشی از رشد گیاهان در بستر رودخانه و یخزدگی در زمستان را می توان نام برد (McMillan et al., 2012).

زمانی که داده های دبی نادقیق و دارای خطا باشند، ممکن است منتج به هزینه های غیرضروری یا خروجی های اکولوژیکی و یا اجتماعی ضعیف شود. برای مثال بیش برآوردی جریان سیل منجر به افزایش هزینه احداث پل می شود و همچنین کم برآوردی سیل منجر به خطای ریسک بیشتر می شود و یا اینکه در یک رودخانه در زمان تقسیم آب آن برای آبیاری و جریان زیست محیطی، وجود عدم قطعیت منجر به مقادیر اشتباه در آب دریافتی هر قسمت می شود (McMillan et al., 2017). (et al., 2017) در تحقیقی دبی رودخانه های نروژ و نیوزلند را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که برآورد عدم قطعیت دبی باعث بهبود کارایی اقتصادی و پذیرش عمومی سیاست های مدیریت منابع آب می شود. به منظور برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه تاکنون روش های مختلفی توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است. اولین روش استفاده شده مبتنی بر آنالیز هیدرولیکی رابطه دبی-اشل است که می تواند اطلاعات دقیقی از خطا را ارائه دهد، زیرا مبنای فیزیکی این نوع خطا به صورت صریح تعریف شده است (Schmidt, 2002).

در این روش آنالیز حساسیت پارامترهای مدل های هیدرولیکی می تواند یک برآوردی از باند خطا برای هر ایستگاه ارائه دهد. در این روش تبدیل رفتار خطای به دست آمده به توزیع آماری، که با استفاده از آن عدم قطعیت محاسبه می شود، کار راحتی نیست (Le Coz et al., 2014). دومین رویکرد برای آنالیز عدم قطعیت مبتنی بر آمار کلاسیک است. این روش بر اساس واریانس باقیمانده های تابع رگرسیون برازش داده شده یا واریانس پارامترهای منحنی سنجه، دامنه عدم قطعیت را برآورد می کند (Venetis, 1970; Clarke et al., 2000; Petersen-Overleir and Reitan, 2005).

سومین و پرکاربردترین روش که در سال های اخیر استفاده گسترده ای در برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه پیدا کرده است، روش بیزی^۲ است. در

گرفتن سرعت جریان و سطح مقطع رودخانه، دبی محاسبه می شود. رابطه بین دبی و تراز آب که به عنوان منحنی سنجه شناخته، ایجاد می شود.

در سایر روزها، فقط تراز آب در سطح مقطع قرائت و با استفاده از رابطه منحنی سنجه، مقدار دبی محاسبه می شود. در واقع منحنی سنجه یک رابطه ریاضی بین دبی و تراز آب در ایستگاه آب سنجی است که بر اساس داده های دبی-اشل که به صورت مستقیم اندازه گیری شده اند، به دست می آید (Kiang et al., 2018; Garcia et al., 2020; Hrafnkelsson et al., 2022). همانند هر مدل هیدرولیکی و هیدرولیکی، منحنی سنجه نیز تحت تأثیر عدم قطعیت است. برای مثال مدل ریاضی منحنی سنجه نمی تواند رابطه دبی-تراز را به صورت کامل بیان کند.

در حقیقت متغیرهای فیزیکی دیگر به غیر از تراز اشل، می تواند بر روی دبی تأثیرگذار باشند. بنابراین ممکن است شرایط هیدرولیکی واقعی که مقادیر دبی-اشل اندازه گیری شده باشند، به صورت دقیق شناخته نشده است. بدین ترتیب انحرافات پیش بینی نشده از شرایط جریان مرجع مانند اثر پس آبی^۱ یا جریان غیرماندگار ممکن است، منجر به خطای بزرگ در دبی اندازه گیری شده شود (Petersen-Overleir and Garcia et al., 2020; Reitan, 2009).

از دیدگاه دیگر، منابع عدم قطعیت در دبی برآوردی با استفاده از منحنی سنجه شامل: ۱- خطای اندازه گیری داده های دبی و تراز اشل که برای توسعه منحنی سنجه مورد استفاده قرار می گیرند و معمولاً به عنوان خطای تصادفی در نظر گرفته می شوند، ۲- خطای سیستماتیک که ناشی از انتخاب مدل برای برون یابی خارج از مشاهدات، در نظر گرفتن تغییرات فصلی، تغییرات زمانی و پله ای در رابطه دبی-اشل است (McMillan et al., 2012; Coxon et al., 2015).

در حقیقت مقدار تراز اشل ثبت شده برای اغلب داده های حدی خارج از داده های مورد استفاده برای برازش منحنی سنجه است. بنابراین برای مقادیر تراز اشل منحنی سنجه قابل استفاده نیست (Baldassarre and Claps, 2011). ۳- نادیده گرفتن شرایطی که باعث ناپایداری رابطه دبی-اشل در طول زمان می شود،

² Bayesian

¹ Backwater

مطالعه، عملکرد روش‌های مختلف، متفاوت بوده و نیاز است تا برای شرایط مختلف مدلی که عملکرد مناسب دارد انتخاب شود. بر اساس بررسی که توسط نویسندگان صورت گرفته است، تاکنون تعداد محدودی تحقیق در رابطه با برآورد عدم قطعیت منحنی سنج در ایران صورت گرفته است. بدین منظور در این تحقیق، روش $GLUE^2$ و سه روش بیزی برای برآورد دامنه عدم قطعیت در ایستگاه‌های کوهستانی گالیکش و لزوره که دارای بستر سنگلاخی هستند و ایستگاه دشتی ارازکوسه با بستر ریزدانه، مقایسه شد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه: به منظور برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه از داده‌های سه ایستگاه آب‌سنجی ارازکوسه، لزوره و گالیکش واقع در شرق استان گلستان استفاده شد (شکل ۱). ایستگاه‌های آب‌سنجی لزوره و ارازکوسه بر روی رودخانه چهل چای واقع شده اند. ایستگاه لزوره در بالادست رودخانه چهل چای قرار دارد در ادامه این رودخانه به رودخانه نوده-خرمالو متصل می‌شود و پس از طی مسافتی در محل شهر گنبد کاووس به رودخانه گرگانرود ملحق می‌شوند.

ایستگاه لزوره دارای موقعیت طول جغرافیایی $37^{\circ}22'$ و 55° عرض جغرافیایی $37^{\circ}14'$ است. حوضه بالادست این ایستگاه با مساحت $256/83$ کیلومتر مربع، دارای کاربری‌های جنگل، کشاورزی، مرتع و مسکونی به ترتیب با سطح اشغال $67/8$ ، $28/8$ و $4/09$ و $53/0$ درصد، است. دمای متوسط سالیانه این حوضه بین $15/3$ تا $24/1$ متغیر است (Jalali et al., 2024). این حوضه با ارتفاع متوسط 1505 متر و متوسط بارندگی سالیانه 750 میلی‌متر دارای اقلیم نیمه خشک کوهستانی است (Emami et al., 2022).

ایستگاه ارازکوسه با ارتفاع $34/5$ متر از سطح دریا و مساحت حوضه بالادست برابر با $1678/1$ کیلومتر مربع در طول جغرافیایی $55^{\circ}08'$ و عرض جغرافیایی 37° قرار دارد. کاربری‌های غالب این حوضه به ترتیب مرتع، جنگل و کشاورزی با مساحت 37 ، 36 و 23 درصد هستند (Mirzaei et al., 2023). بر اساس داده‌های

روش بیزی علاوه بر استفاده از اطلاعات نهفته در داده‌های مشاهداتی در قالب تابع احتمال، می‌توان اطلاعات هیدرولیکی ایستگاه مورد بررسی را برای داشتن تابع پیشین دارای اطلاعات^۱ جهت برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه استفاده نمود (Le Coz et al., 2014). با افزایش قابلیت‌های شبیه‌سازی کامپیوترها که امکان نمونه‌برداری مونت کارلو-زنجیر مارکف را افزایش داده است، این روش‌ها گزینه مناسبی برای برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه به حساب می‌آیند و انواع ساختارهای آن برای برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه ارائه شده است.

به علاوه در روش بیزی منابع مختلف عدم قطعیت می‌توانند با هم ترکیب شوند یا در زمان استنباط به‌صورت صریح در نظر گرفته شوند (Le Coz et al., 2014). Moyeed and Clarke, (2005) نخستین بار، رویکرد بیزی را برای برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه توانی و در نظر گرفتن تبدیل Box-Cox مورد استفاده قرار دادند. Reitan and Petersen-Øverleir, (2006) نارسایی‌های رویکرد آمار کلاسیک در به‌کارگیری رگرسیون توانی با وجود یک پارامتر مکان را مورد بررسی قرار داده و رویکرد بیزی به‌عنوان جایگزینی مناسب توصیه شد. در ادامه، Reitan and Petersen-Øverleir, (2007) یک مدل آماری ارائه نمودند که در واقع نسخه بیزی مدلی است که نخستین بار توسط Venetis (1970) مطرح شده بود.

در رویکردی دیگر اقدام به برازش منحنی‌سنجه‌های غیریستا شد که در این حالت با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده ممکن است منجر به برآوردی اریب از عدم قطعیت شود. در این رویکرد روش‌های متفاوتی از قبیل رگرسیون فازی (Westerberg et al., 2011)؛ Shrestha et al., 2007 و آنالیز واریوگرافی (Jalbert et al., 2011) برای برآورد منحنی‌سنجه‌های برازش داده شده به بخش‌های مختلف استفاده شد.

برای برآورد عدم قطعیت یک روش واحد که در تمام شرایط عملکرد بهتری ارائه دهد وجود ندارد بلکه با توجه به فرضیاتی که هر مدل دارد، منابع عدم قطعیت، نحوه برازش منحنی‌سنجه و شرایط ایستگاه مورد

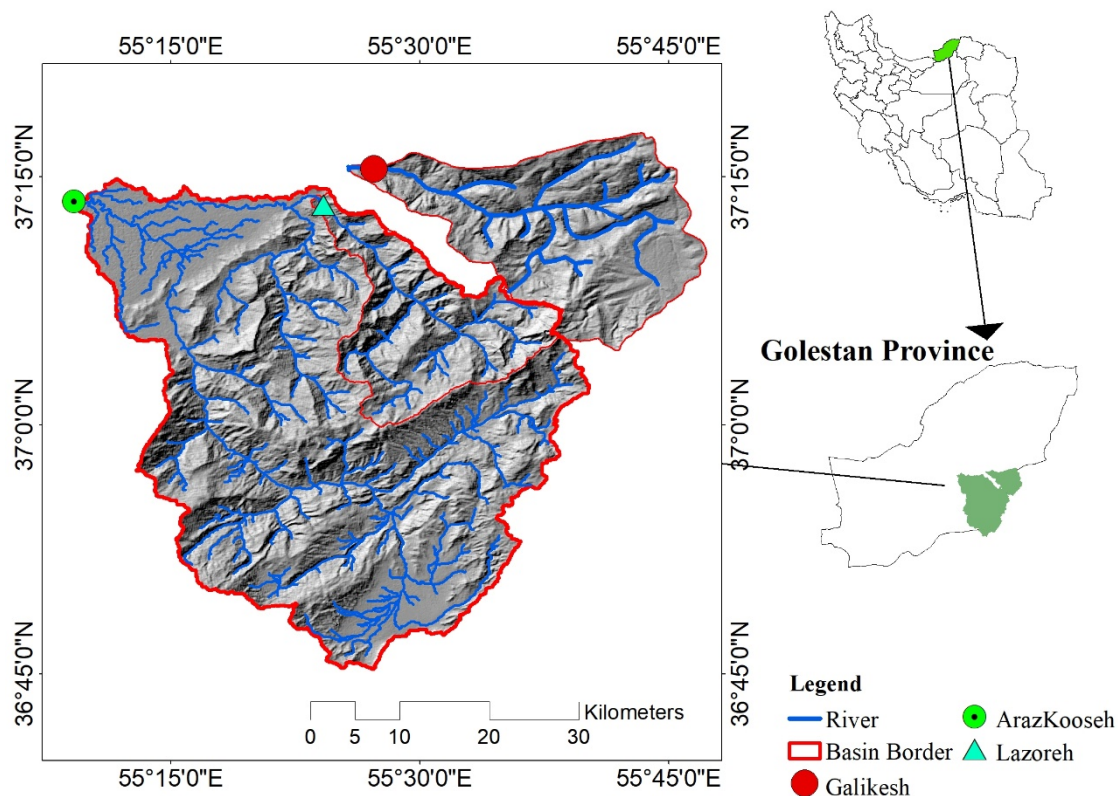
² Generalized Likelihood Uncertainty Estimation

¹ Informative Priors

است. مساحت حوضه، متوسط بارندگی، میانگین حداقل و حداکثر درجه حرارت این حوضه به ترتیب برابر با ۴۰۳۹۰ هکتار، ۶۲۹/۲ میلی‌متر، ۶/۶ و ۱۹/۷ درجه سانتی‌گراد است. کاربری غالب این حوضه شامل جنگل‌های هیرکانی با مساحت ۱۹۳۷۵ هکتار است (Shahraki et al., 2022). برای ایستگاه‌های گالیکش و لزوره از تعداد ۲۷ داده و برای ایستگاه اراز کوسه تعداد ۳۰ داده دبی اشل که در سال آبی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ اندازه‌گیری شده بودند، استفاده شد.

هواشناسی این ایستگاه در دوره زمانی ۱۹۸۶ تا ۲۰۰۹ متوسط درجه حرارت ایستگاه ارازکوسه برابر با ۱۷/۵ درجه سانتی‌گراد و بارش متوسط سالیانه برابر با ۴۵۲ میلی‌متر است (Bahleke et al., 2020).

ایستگاه گالیکش با طول جغرافیایی ۵۵° ۲۶' و عرض جغرافیایی ۳۷° ۱۵' بر روی رودخانه اوغان واقع شده است. بر اساس اقلیم نمای دومارتن این حوضه دارای اقلیم مدیترانه‌ای و بر اساس اقلیم نمای آمبرژه این حوضه دارای اقلیم نیمه مرطوب معتدل تا مرطوب



شکل ۱- موقعیت ایستگاه‌های گالیکش، لزوره و ارازکوسه و حوضه‌های بالادست آنها در استان گلستان

Fig. 1. The location of Galikesh, Lozoreh, and Arazkooseh stations and their upstream basins in Golestan Province

ترازی که در آن دبی صفر است، c و b پارامترهای ثابت رابطه هستند.

$$Q(h) = \begin{cases} 0 & \text{if } h \leq h_0 \\ C(h-h_0)^b & \text{if } h > h_0 \end{cases} \quad (1)$$

روش‌های برآورد عدم قطعیت-روش GLUE: با توجه به فرضیات کم، ساختار ساده، سهولت اجرا و عدم لزوم تبعیت باقیمانده‌ها از توزیع خاصی شاهد استفاده گسترده روش GLUE در برآورد عدم قطعیت وجود دارد (Vrugt et al., 2009). در این روش تمام منابع عدم قطعیت مثل پارامترها، داده‌های ورودی و ساختار مدل

منحنی سنجه: در ایستگاه‌های آب‌سنجی برای برخی از روزها، دبی آب با اندازه‌گیری سرعت و سطح مقطع جریان به صورت مستقیم محاسبه می‌شود، به طور هم‌زمان تراز اشل نیز اندازه‌گیری می‌شود، سپس رابطه دبی-اشل محاسبه می‌شود و در روزهای دیگر فقط تراز اشل اندازه‌گیری شده در رابطه دبی-اشل قرار داده می‌شود تا دبی به دست آید (Jalberta et al., 2020). معمولاً فرض می‌شود رابطه دبی اشل به صورت توانی به شکل رابطه (۱) است (Kennedy, Herschy, 1993). در این رابطه $Q(h)$ مقدار دبی در تراز h و h_0

روش PPR³: روش استفاده شده در این پکیج بر اساس تئوری بیز توسط Hodson et al., (2024) توسعه پیدا کرده است. در این روش مقطع رودخانه به صورت عمقی به چند قسمت تقسیم می شود و به هر قسمت یک منحنی سنج رسوب برازش داده و در نهایت به صورت لگاریتمی جمع می شوند. در این حالت رابطه (۴) برقرار است.

$$\ln(q) = C + b^T X + \epsilon + \epsilon_0 \quad (4)$$

$$X = \ln(\max(h - h_s, 0) + h_0)$$

در این رابطه ها، h یک بردار n بعدی سطح آب، h_s برابر با m نقطه تغییر منحنی سنج (در این حالت اولین سطح جریان صفر)، $\max$ مقدار حداکثر است که به صورت یک ماتریس $n \times m$ ، h_0 یک بردار شامل m نقطه عرض از مبدا که مقدار اولیه آن صفر و باقی آنها یک، q مقدار دبی برای تراز h ، C مقدار پارامتر اریبی برای $\log(a)$ ، b_0 مقدار شیب در حالت لگاریتمی برای هر بخش، b_i مقدار تجمعی b که شامل مقدار شیب تعدیل شده هر بخش لگاریتمی است، ϵ یک کمیت اسکالر نشان دهنده خطای باقیمانده ها و ϵ_0 عدم قطعیت دبی های مشاهداتی است. در این پکیج، عدم قطعیت داده های دبی مشاهداتی به صورت خطای استاندارد (SE) یا خطای استاندارد نسبی (RSE) گزارش می شود. برای راحتی خطای استاندارد به خطای ژئومتریک به صورت رابطه (۵) نشان داده می شود.

$$\epsilon_0 = N(0, \ln(1 + RSE)^2) \quad (5)$$

برای عدم قطعیت های کوچک، اختلاف بین RSE و خطای ژئومتریک قابل چشم پوشی است. در این پکیج برای ϵ توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 در نظر گرفته می شود. برای کالیبراسیون از پکیج PyMC استفاده شده است که از دو الگوریتم ADVI⁴ و NUTS⁵ استفاده می شود. روش ADVI یک الگوریتم بهینه سازی بیزی است در حالی که NUTS یک الگوریتم نمونه بردای زنجیره مارکف مونت کارلویی است.

روش GPLM⁶: به منظور اجرای این مدل از پکیج bdrc نرم افزار R استفاده شد. در این روش فرض می شود که

را در غالب عدم قطعیت پارامترها در نظر می گیرد (Nohegar et al., 2017). این روش بر اساس برآورد وزن ها یا احتمالات برای هر مجموعه از پارامترها بنا گذاشته شده است. این وزن ها بر اساس خطاهای به دست آمده برای هر مجموعه پارامترها است. بنابراین مجموعه پارامترهایی که دارای خطای کمتری هستند دارای وزن بیشتری هستند. در این روش تابع احتمال با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می شود.

$$L\left(\frac{\theta_i}{Y}\right) = \left(1 - \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{obs}^2}\right) \quad (2)$$

در این رابطه، L نشان دهنده مقدار احتمال i امین شبیه سازی با مجموعه پارامترهای θ_i مربوط به دبی های مشاهداتی Y است که تابعی از واریانس خطا σ_i^2 برای i امین شبیه سازی و واریانس دبی های مشاهداتی σ_{obs}^2 است (Beven and Binley, 1992). مراحل اجرای روش GLUE به شرح زیر است:

۱- پس از تعریف تابع احتمال $L(\theta)$ مجموعه پارامترها منحنی سنج به صورت تصادفی و به تعداد ۴۵۰۰۰ تکرار از تابع پیشین در نظر گرفته شده (در اینجا تابع یکنواخت است) نمونه برداری می شوند. سپس مدل به تعداد ۴۵۰۰۰ مرتبه اجرا می شود و در گام با در نظر گرفتن تابع احتمال محاسباتی مجموعه پارامترها به پارامترهای کارآمد^۱ یا غیر کارآمد^۲ تقسیم بندی می شوند.

۲- برای هر مجموعه پارامتر کارآمد مقادیر وزن ها با استفاده از رابطه (۳) محاسبه می شود.

$$w_i = \frac{L(\theta_i)}{\sum_{k=1}^N L(\theta_k)} \quad (3)$$

در این رابطه N تعداد مجموعه پارامترهای کارآمد است.

۳- برای هر دبی مشاهداتی با در نظر گرفتن وزن های مشاهداتی در گام قبل و دبی شبیه سازی شده توسط مجموعه پارامترهای کارآمد، تابع توزیع تجمعی محاسبه و صدک های ۰/۲۵ و ۰/۹۷۵ این تابع توزیع تجمعی به عنوان دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی در نظر گرفته می شوند.

⁵ Hamiltonian Monte Carlo with the NO-U-Turn Sampler

⁶ Generalized Power Law Model

Behavioral

² Non-behavioral

³ Python Package Ratingcurve

⁴ Automatic Differentiation Variational Inference

پس از نمونه بردای پارامترهای $x^{(l)}$ و $\psi^{(l)}$ از تابع توزیع پسین به منظور نمونه برداری مقادیر دی $\tilde{Q}_i$ با در نظر گرفتن مقدار سطح اشل h_i از رابطه (۱۳) استفاده می شود.

$$\tilde{Q}_i \sim LN(\log(a)^{(l)} + \{b + \beta(h_i)^{(l)}\} \log(h_i - c^{(l)}), \sigma_\epsilon^2(h_i)^{(l)}) \quad (13)$$

روش NVE¹: روش دیگری که در این تحقیق برای برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه استفاده شد، NVE است که توسط Reitan and Petersen-Overleir, (2008) ارائه شده است. در این روش نیز از آمار بیزی مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو زنجیر مارکف برای برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه استفاده می شود. در این روش توزیع پسین تعداد بخش ها نیز محاسبه می شود. بنابراین دامنه عدم قطعیت ارائه شده برای منحنی سنجه هم شامل عدم قطعیت پارامترهای منحنی سنجه و هم تعداد بخش های منحنی سنجه است. در حالتی که خصوصیات هیدرولیکی در دسترس باشد، کاربر می تواند برای پارامترها و تعداد بخش ها، توزیع پیشین خود را ارائه دهد در غیر این صورت از مقادیر پیش فرض خود نرم افزار استفاده می شود. در این روش منحنی سنجه به صورت رابطه (۱۴) مدل سازی می شود.

$$\log(Q_i) = a_{s(i)} + b_{s(i)} \log(h_i + h_{0,s(i)}) + \sigma_{\epsilon_i} \log(h_i + h_{0,s(i)}) \quad (14)$$

در این رابطه، Q_i و h_i به ترتیب مقادیر دی و تراز اشل برای نمونه i -ام هستند، σ مقدار انحراف معیار نویز اندازه گیری شده در مقیاس لگاریتمی، $s(i)$ بخشی از منحنی سنجه رسوب است که نمونه i ام متعلق به آن است (تعلق نمونه اندازه گیری شده به این بخش توسط ارتباط تراز اشل با پارامتر دیگری به نام حد تقسیم $h_{s,k}$ ، where $k \in \{1, \dots, numseg\}$ تعیین می شود). $numseg$ تعداد بخش های منحنی سنجه و ϵ_i نویز با توزیع نرمال استاندارد مستقل است. برای حفظ رابطه پیوستگی منحنی سنجه به غیر از بخش پایین منحنی سنجه برای سایر بخش های منحنی سنجه، پارامتر $a_{s(i)}$ نادیده گرفته می شود.

از آنجایی که این مدل جمعی در مقیاس لگاریتمی است، در مقیاس اصلی یک مدل ضربی محسوب

مقدار میانه توسط مدل تعمیم یافته منحنی سنجه توانی تعیین می شود.

$$Q(h) = a(h - h_0)^{f(h)} \quad (6)$$

در این رابطه، $f(h)$ تابعی از تراز اشل h و پارامتر h_0 مقدار تراز اشل در سطحی که دی صفر است و a پارامتر مقیاس است. قسمت توان را می توان به عنوان جمع b و مقدار انحراف $B(h)$ در نظر گرفت.

$$f(h) = b + B(h) \quad (7)$$

مقدار i -امین دی مشاهداتی $\tilde{Q}_i$ به شرط تراز اشل h_i به عنوان متغیر لوگ نرمال به صورت رابطه (۸) بیان می شود.

$$\tilde{Q}_i = LN(\log(a) + \{b + B(h_i)\} \log(h_i - h_0), \sigma_\epsilon^2(h_i)) \quad (8)$$

در این رابطه، $\sigma_\epsilon^2(h_i)$ واریانس خطای i ام در مقیاس لگاریتمی و n تعداد مشاهدات است. واریانس خطا $\sigma_\epsilon^2(h_i)$ به عنوان تابع توانی از منحنی B-spline، که به صورت ترکیب خطی از توابع پایه B-spline است، به صورت رابطه (۹) مدل سازی می شود.

$$\sigma_\epsilon^2(h) = \exp\left\{\sum_{k=1}^K \eta_k B_k(h)\right\} = \prod_{k=1}^K \exp\{\eta_k B_k(h)\} \quad (9)$$

در این رابطه، $\eta_1, \dots, \eta_K$ پارامترها و K تعداد توابع هستند. به منظور نمونه برداری از تابع توزیع پسین از نمونه بردار زنجیره مارکف-مونت کارلو استفاده می شود. تابع توزیع پسین این مدل به صورت رابطه (۱۰) است.

$$\pi(x, \psi | y) \propto \pi(y | x, \psi) \pi(x | \psi) \pi(\psi) \quad (10)$$

در این رابطه، $y = (\tilde{Q}_1, \dots, \tilde{Q}_n)^T$ مقادیر دی های مشاهداتی، x و ψ پارامترهای مخفی و هایپر پارامترها هستند. چگالی داده ها $\pi(y | x, \psi)$ حاصل ضرب تابع چگالی لوگ نرمال در پارامترهای مکان و مقیاس در نظر گرفته شده است. در حالی که $\pi(x | \psi)$ نشان دهنده تابع توزیع پیش نرمال پارامترهای مخفی هستند. در نهایت تابع توزیع پسین شرطی $\pi(x | y, \psi^{(k)})$ یک تابع توزیع نرمال چند متغیره به دست آمده از $\pi(y | x, \psi) \pi(x | \psi)$ است. در این حالت رابطه (۱۱) برقرار است.

$$\mu_{x|y} = \mu_x - \Sigma_x A^T (A \Sigma_x A^T + \Sigma_\epsilon)^{-1} (A \mu_x - y) \quad (11)$$

در رابطه (۹): $v = (\log(\tilde{Q}_1), \dots, \log(\tilde{Q}_n))$ داریم و برای ماتریس کواریانس رابطه (۱۲) وجود دارد.

$$\Sigma_{x|y} = \Sigma_x - \Sigma_x A^T (A \Sigma_x A^T + \Sigma_\epsilon)^{-1} A \Sigma_x \quad (12)$$

¹ Norwegian Water Resources and Energy

مقدار $MPI=0$ به مفهوم عدم وجود عدم قطعیت است. هر قدر مقدار MPI بزرگتر باشد به مفهوم دامنه عدم قطعیت بزرگتر است. در این رابطه‌ها PL_t^{upper} و PL_t^{lower} به ترتیب حد بالا و پایین دامنه عدم قطعیت و n تعداد داده‌های مشاهداتی هستند.

نتایج و بحث

روش GLUE: با توجه به آنکه در ایستگاه‌های آب‌سنجی ایران منحنی‌سنجه یک بخشی به داده‌های دبی اشل برازش داده می‌شود و همچنین هیچ الگوریتم مدونی برای تعیین نقطه آستانه که در آن ضرایب منحنی‌سنجه تغییر می‌کند، وجود ندارد. بنابراین در این قسمت فقط منحنی‌سنجه یک بخشی برازش داده شد. در روش GLUE یکی از پارامترهای مهم تعیین مقادیر آستانه است که بر اساس آن پارامترها به دو دسته پارامترهای کارآمد و ناکارآمد تقسیم می‌شوند.

بدین منظور در این تحقیق مقادیر آستانه طوری تعیین شد که با توجه به دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی در حدود ۹۵ درصد داده در داخل دامنه عدم قطعیت قرار گیرند. بر این اساس برای ایستگاه‌های گالیکش، لزوره و ارازکوسه مقادیر آستانه ضریب ناش-ساتکلیف به ترتیب برابر با ۰/۹۸، ۰/۹ و ۰/۹۵ به دست آمد که در این حالت تعداد مجموعه پارامترهای رفتاری برای سه ایستگاه به ترتیب برابر با ۲۴۰۴، ۲۵۶۸ و ۲۷۴۵ بودند. در شکل ۲ منحنی‌های سنجه به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی آن برای سه ایستگاه ارائه شده است. با توجه به این شکل‌ها ملاحظه می‌شود با افزایش تراز اشل، دامنه عدم قطعیت بزرگتر شده است که این افزایش دامنه عدم قطعیت به صورت یکنواخت است و داده‌های مشاهداتی توسط این دامنه عدم قطعیت در بر گرفته می‌شوند.

می‌شود، به این معنی که دبی اندازه‌گیری‌ها مثبت فرض می‌شود و هرچه دبی بیشتر باشد، نویز اندازه‌گیری نیز بیشتر می‌شود. هم دامنه عدم قطعیت برای خود منحنی و هم فواصل اعتبار برای منحنی و نویز اندازه‌گیری قابل ارائه است، اگرچه برنامه بیشتر بر عدم قطعیت منحنی‌سنجه تمرکز دارد. احتمال وجود خطاهای ساختاری بررسی نمی‌شود، اما قوانین توان چندبخشی می‌توانند به عنوان تقریب‌گر کلی برای رابطه مثبت دبی-اشل شروع شده از یک تراز مشخص در حالتی تعداد بخش‌ها افزایش می‌یابند، در نظر گرفته شوند.

در حالتی که برون‌یابی خارج از داده‌های مشاهداتی، شدت بخش‌پذیری در مجموعه داده‌ها در نظر گرفته می‌شود. شدت توزیع‌ها یک توزیع احتمالاتی برای بخش‌های جدید ارائه می‌دهد که در آن توزیع‌های پارامترهای منحنی به توزیع پیشین باز می‌گردند. این امر می‌تواند عدم قطعیت‌های بزرگی را در حالتی که تراز اشل بزرگتر از تراز اشل در داده‌های مشاهداتی است، ایجاد کند.

معیارهای ارزیابی: به منظور مقایسه عملکرد روش‌های مختلف در برآورد دامنه عدم قطعیت از دو معیار ارزیابی متوسط عرض دامنه عدم قطعیت^۱ (رابطه ۱۵) و احتمال قرار گرفتن در دامنه عدم قطعیت^۲ (رابطه ۱۶) استفاده شد (Dogulu et al., 2015). $PICP$ نشان دهنده متوسط درصدی از داده‌ها هستند که در دامنه عدم قطعیت ۹۵ قرار می‌گیرند.

$$PICP = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n C \quad (15)$$

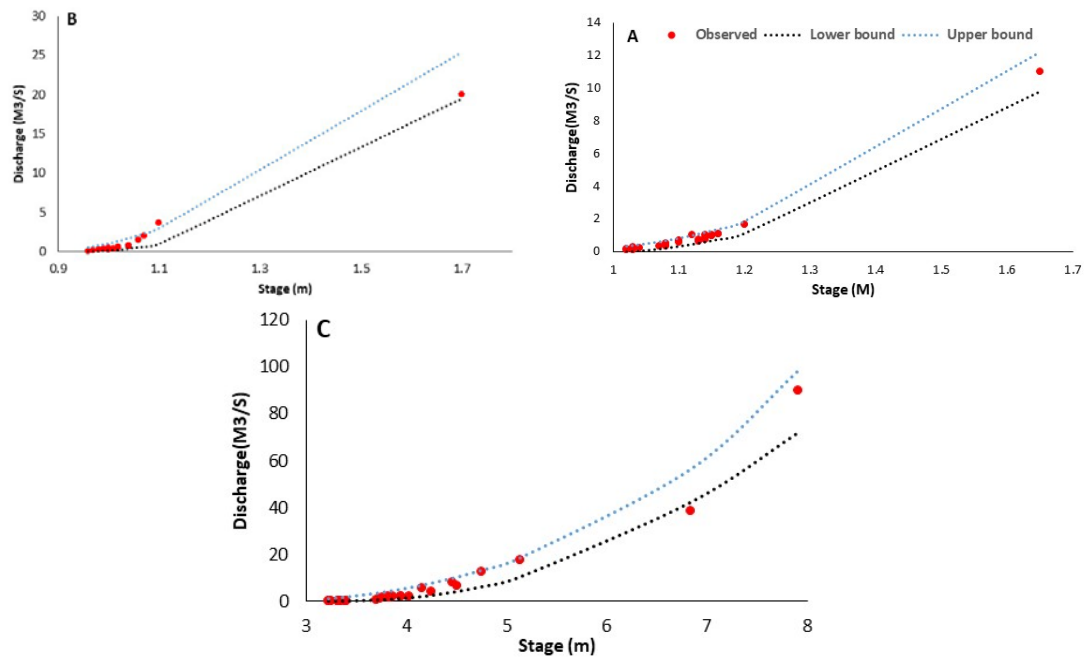
$$\left\{ \begin{array}{l} 1, \quad PL_t^{lower} \leq y_t \leq PL_t^{upper} \\ 0, \quad \text{سایر حالت ها} \end{array} \right.$$

معیار MPI نشان دهنده مقدار متوسط عرض دامنه عدم قطعیت است.

$$MPI = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (PL_t^{upper} - PL_t^{lower}) \quad (16)$$

² Prediction Interval Coverage Probability (PICP)

¹ Mean Prediction Interval (MPI)



شکل ۲- داده‌های مشاهداتی به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصد برآورد شده با روش GLUE: A: ایستگاه گالیکش، B: ایستگاه لزوره، C: ایستگاه ارازکوسه

Fig. 2. Observed data long with the 95% prediction interval predicted by GLUE method A: Galikesh station B: Lazoreh station , C: Araz Koosheh station

سپس در گام دوم مدل‌هایی که در قسمت قبل عملکرد بهتری داشتند با هم مقایسه می‌شوند تا در نهایت مدل برتر انتخاب شود. در این پژوهش به منظور انتخاب بهترین مدل از معیار $WAIC^1$ استفاده شد (جدول ۱). بر این اساس در ایستگاه‌های گالیکش، لزوره و ارازکوسه به ترتیب مدل‌های $plm0$ ، $gplm0$ و $gplm0$ به عنوان بهترین مدل انتخاب شد. به نوعی می‌توان بیان داشت در هر سه ایستگاه مورد مطالعه مدلی که دارای ساختار ساده‌تر است، به عنوان مدل برتر انتخاب شده است.

روش **GPLM**: برای اجرای مدل $GPLM$ از پکیج $bdrc$ نرم‌افزار R استفاده شد. در این پکیج برای برازش منحنی سنجه چهار ساختار مختلف شامل $gplm$ مدل تعمیم یافته توانی با واریانس که متناسب با تراز اشل تغییر می‌کند، $gplm0$ مدل تعمیم یافته توانی با واریانس ثابت، plm مدل توانی با واریانس که متناسب با تراز اشل تغییر می‌کند و $plm0$ مدل توانی با واریانس ثابت وجود دارد. در این حالت در ابتدا مدل $gplm$ با مدل $gplm0$ و مدل plm با $plm0$ مقایسه می‌شوند.

جدول ۱- مقادیر معیار $WAIC$ مدل‌های مختلف در ایستگاه‌های مورد مطالعه

Table 1. $WAIC$ evaluation criterion values for various models at study stations

Step	Araz Koosheh	Better model	Lazoreh	Better mode	Galikesh	Better model	Model
1	13.50		-34.45		-36.80		$gplm$
1	15.17	*	-35.64	*	-36.69	*	$gplm0$
2	28.27		-13.93		-36.28		plm
2	28.52	*	-13.97	*	-35.93	*	$plm0$
3	15.17	*	-35.64	*	-36.69		$gplm0$
3	28.52		-13.97		-35.93	*	$plm0$

مقایسه می‌شوند و در ستون مدل بهتر، مدلی که عملکرد بهتری داشته است، انتخاب می‌شود.

در این جدول ۱ در ستون مرحله مقایسه در هر مرحله دو مدلی که دارای مرحله یکسانی هستند با هم

¹ Widely Applicable Information Criterion

دامنه عدم قطعیت کوچک‌تری به‌دست آمده است که به نوعی نشان می‌دهد با افزایش تعداد نمونه‌برداری‌ها می‌توان دامنه عدم قطعیت کوچک‌تری برای رابطه دبی-اشل به‌دست آورد. در تحقیق (Kiang et al., 2018) که روش‌های مختلف برآورد عدم قطعیت منحنی‌سنجه را مقایسه کردند، مشاهده شد در نقاطی که تعداد داده‌های مشاهداتی بیشتر است، روش‌های مختلف دامنه عدم قطعیت کوچک‌تری ارائه داده‌اند.

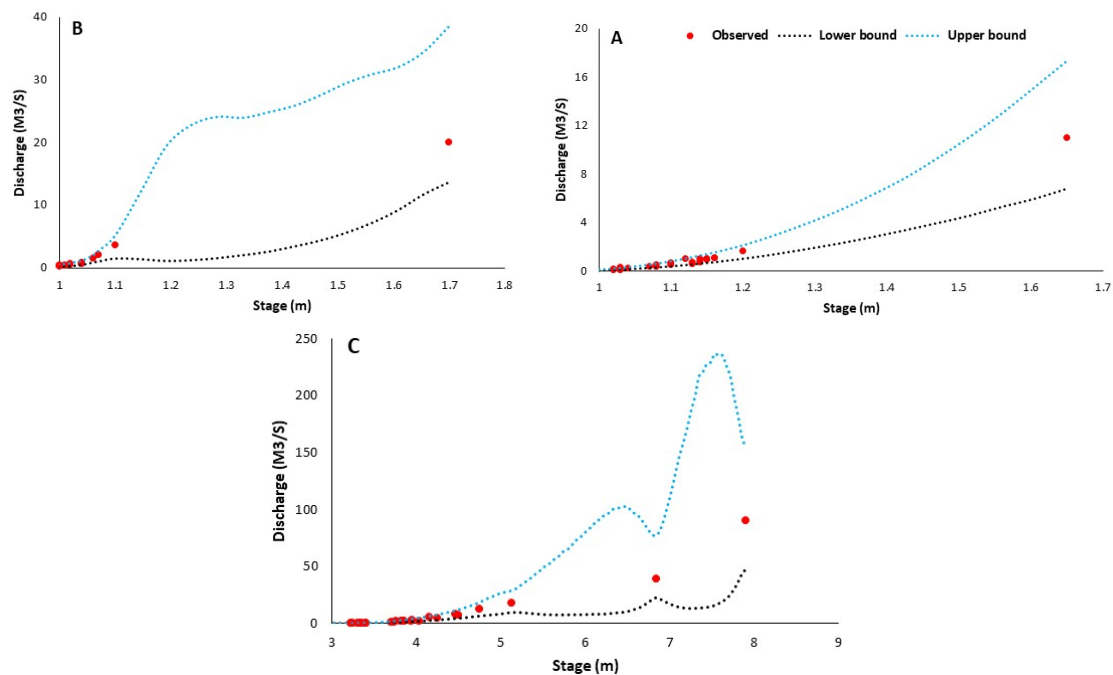
این مسأله به‌خصوص برای داده‌های دبی متوسط و بزرگ بیشتر صادق است. به علاوه آنها بیان کردند که علی‌رغم تفاوت در فرضیات پایه‌ای روش‌های مختلف بیزی، عملکرد آنها تا حد زیادی تحت تأثیر داده‌های مشاهداتی است. در تحقیق (Hodson et al., 2024) مقایسه روش‌های PPR، اسپلین و GPLM مشاهده کردند، برای هر سه مدل با افزایش تعداد داده‌های مشاهداتی، دامنه عدم قطعیت کوچک‌تری به‌دست آمده است.

در جدول ۲ مقادیر پارامترهای برآورد شده به همراه حدهای بالا و پایین آنها برای سه ایستگاه ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود در مقایسه با دو ایستگاه دیگر کمترین مقادیر پارامتر a برای ایستگاه ارازکوسه به‌دست آمده است. به علاوه در هر سه ایستگاه مورد مطالعه بزرگترین دامنه عدم قطعیت برای پارامتر a و کمترین دامنه عدم قطعیت برای پارامتر b به‌دست آمده است. پس از برآورد پارامترها اقدام به ترسیم منحنی‌سنجه شد که در شکل ۳ منحنی‌سنجه برآوردی به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی ارائه شده است.

با توجه به نمودارها، مشاهده می‌شود در دو ایستگاه لزوره و اراز کوسه تغییرات دامنه عدم قطعیت به‌صورت یکنواخت نیست، به‌طوری که در برخی موارد برای تراز اشل پایین‌تر دامنه عدم قطعیت بزرگ‌تری نسبت به تراز اشل بالاتر ارائه شده است. به علاوه در این دو ایستگاه در ترازهای اشل که دبی اندازه‌گیری شده وجود دارد،

جدول ۲- مقادیر پارامترهای و دامنه عدم قطعیت آنها برآورد شده با استفاده از روش GPLM
Table 2. Predicted parameters and associated uncertainty bound predicted by the GPLM method

Station	Parameter	Lower bound (2.5 Percental)	Median	Upper bound (2.5 Percental)
Galikesh	a	14.80	21.49	30.90
	b	1.61	1.96	2.40
	h0	0.90	0.94	0.97
	sigma_eps	0.14	0.18	0.23
Lazoreh	a	22.69	36.87	60.11
	b	1.83	1.83	1.84
	h0	0.91	0.95	0.96
	sigma_eps	0.10	0.14	0.29
	sigma_beta	0.21	0.71	1.06
	phi_beta	0.04	0.10	88.15
Araz Koosheh	a	1.53	3.39	4.47
	b	1.83	1.84	1.84
	h0	2.825	3.082	3.174
	sigma_eps	0.164	0.212	0.307
	sigma_beta	0.499	0.698	0.994
	phi_beta	0.138	0.338	14.336



شکل ۳- داده‌های مشاهداتی به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصد برآورد شده با روش GPLM. A: ایستگاه گالیکش، B: ایستگاه لزوره، C: ایستگاه ارازکوسه

Fig. 3. Observed data long with the 95% prediction interval predicted by GPLM method A: Galikesh station B: Lazoreh station , C: Araz Koosheh station

ایستگاه گالیکش و لزوره در مقایسه مقادیر برآوردی پارامترها و دامنه عدم قطعیت آنها با استفاده از دو روش GPLM و NVE مشاهده می‌شود این دو روش عملکرد مشابه هم داشته‌اند. در نمودارهای شکل ۴ داده‌های مشاهداتی به همراه دامنه عدم قطعیت برآوردی ارائه شده است. با توجه به این شکل ملاحظه می‌شود برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه برای مقادیر کوچک تراز اشل، دامنه عدم قطعیت خیلی کوچکی بدست آمده است به طوری که اغلب داده‌های دبی-اشل مشاهداتی خارج دامنه عدم قطعیت قرار گرفته‌اند.

در تحقیق Kiang et al (2018) نیز این روش برای مقادیر پایین اشل دامنه عدم قطعیت خیلی کوچکی ارائه داده بود. با افزایش تراز اشل دامنه عدم قطعیت بزرگتر شده است بطوری که برای داده‌های اشل بیشیه دامنه عدم قطعیت بسیار بزرگی برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه بدست آمده است.

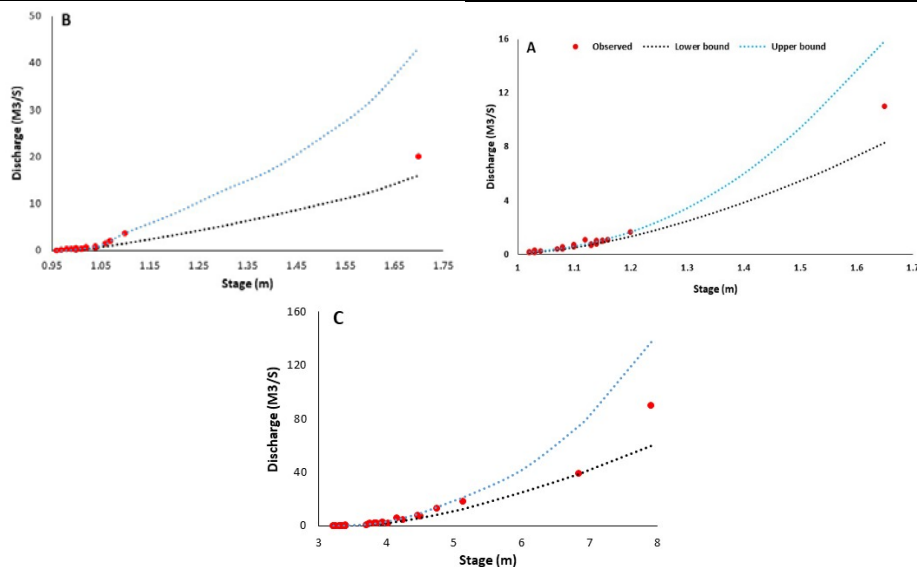
روش NVE: برای اجرای این مدل از نرم افزار تهیه شده توسط Reitan and Petersen-Øverleir (2009) در محیط لینوکس استفاده شد. با استفاده از این مدل می‌توان منحنی‌سنجه‌های یک بخشی تا سه بخشی را به داده‌ها برازش داد و با استفاده از مقدار احتمال پسین بدست آمده برای هر مدل، بهترین ساختار را انتخاب کرد. بر این اساس در ایستگاه‌های گالیکش و لزوره، مدل یک بخشی و در ایستگاه لزوره مدل دو بخشی عملکرد بهتری داشته است.

در جدول ۳ مقادیر پارامترهای برآوردی برای مدل برتر در هر سه ایستگاه مورد مطالعه ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود همانند روش GPLM برای ایستگاه اراز کوسه کمترین مقادیر ضریب a بدست آمده است. با استفاده از این روش در دو ایستگاه گالیکش و لزوره که منحنی‌سنجه یک بخشی برازش داده شده است، کمترین مقدار دامنه عدم قطعیت برای پارامتر h_0 بدست آمده است. در دو

جدول ۳- مقادیر پارامترها و دامنه عدم قطعیت آنها برآورد شده با استفاده از روش NVE

Table 3. Predicted parameters and associated uncertainty bound predicted by the NVE method

Station	Parameter	Predicted	Lower bound	Upper bound
Galikesh	c1	21.85	15.51	33.03
	b1	1.97	1.65	2.58
	h0	0.94	0.89	0.98
	sigma	0.17	0.14	0.24
Lazoreh	c1	39.71	24.68	75.93
	b1	1.64	1.42	2.03
	h0	0.95	0.93	0.95
	sigma	0.26	0.22	0.37
Araz Koosheh	c1	0.64	0.27	2.26
	c2	5.35	0.34	7.51
	b1	2.50	1.81	4.67
	b2	1.80	1.48	3.08
	h01	2.77	2.77	2.46
	h02	3.30	1.48	3.39
	hs1	3.49	3.39	5.03
	sigma	0.20	0.18	0.34



شکل ۴- داده‌های مشاهداتی به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصد برآورد شده با روش NVE، A: ایستگاه گالیکش، B: ایستگاه لزوره، C: ایستگاه ارازکوسه

Fig. 4. Observed data long with the 95% prediction interval predicted by NVE method A: Galikesh station B: Lazoreh station , C: Araz Koosheh station

ایستگاه ارائه شده است. پس از برآورد پارامترهای بهینه دامنه عدم قطعیت ۹۵ برای داده‌های مشاهداتی محاسبه شد.

در نمودارهای شکل ۵ مقادیر منحنی‌سنجه در سه ایستگاه مورد مطالعه ارائه شده است. با توجه به این شکل‌ها ملاحظه می‌شود برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه با استفاده از منحنی‌سنجه دو بخشی در ابتدا برای مقادیر اشل کوچک دامنه عدم قطعیت خیلی

روش PPR: برای اجرای مدل از کد توسعه یافته توسط Hodson et al (2024) در محیط google colab استفاده شد. با استفاده از این روش می‌توان مدل‌های منحنی‌سنجه یک تا چهار بخشی را برازش داد. در این تحقیق از معیار اطلاعاتی $elpd_{loo}$ برای انتخاب بهترین ساختار منحنی‌سنجه استفاده شد. بر این اساس (جدول ۴) برای هر سه ایستگاه مورد مطالعه مدل منحنی‌سنجه دوبخشی به عنوان مدل بهینه انتخاب شد. در جدول ۵ مقادیر پارامترهای برآوردی برای هر سه

کوچکی برآورد شده است و در ادامه با افزایش تراز اشل، دامنه عدم قطعیت بزرگی بدست آمده است.

جدول ۴- مقادیر معیار elpd_loo برای ایستگاه های مورد مطالعه

Table 4. The elpd_loo criterion values for study stations

Araz Kooseh	Lazoreh	Galikesh	Model
7.040	-5.242	-1.849	One segment
9.728	-4.859	-1.311	Two segment
0.311	-6.547	-3.720	Three segment

جدول ۵- مقادیر پارامترهای و دامنه عدم قطعیت آنها برآورد شده با استفاده از روش PPR

Table 3. Predicted parameters and associated uncertainty bound predicted by the NVE method

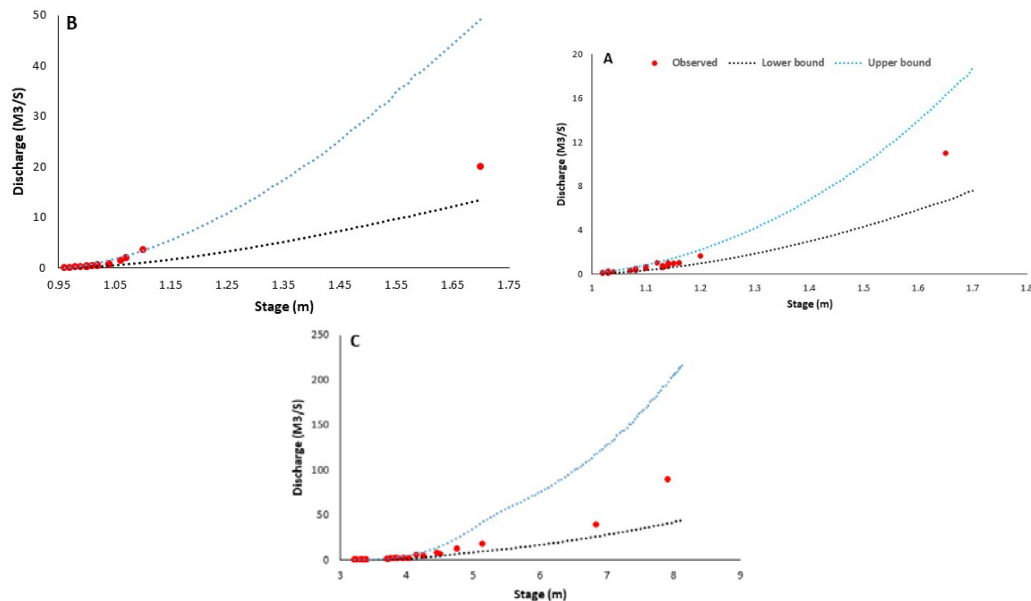
Station	Parameter	Mean	Standard Division	hdi_3%	hdi_97%
Galikesh	b[0]	2.017	0.02	1.978	2.054
	b[1]	0.112	0.406	-0.652	0.872
	a	3.833	0.041	3.757	3.909
	sigma	0.214	0.028	0.163	0.267
	hs[0, 0]	0.951	0.003	0.947	0.956
	hs[1, 0]	1.364	0.177	1.074	1.64
Lazoreh	b[0]	1.467	0.018	1.433	1.5
	b[1]	-0.185	0.402	-0.941	0.549
	a	3.769	0.047	3.68	3.857
	sigma	0.26	0.034	0.201	0.325
	hs[0, 0]	0.944	0.002	0.941	0.947
	hs[1, 0]	1.35	0.208	1.011	1.678
Araz Kooseh	b[0]	1.711	0.04	1.634	1.784
	b[1]	-0.506	0.079	-0.656	-0.358
	a	0.129	0.025	0.081	0.176
	sigma	0.149	0.019	0.115	0.185
	hs[0, 0]	2.801	0.01	2.78	2.819
	hs[1, 0]	4.924	0.362	4.239	5.592

مقایسه عملکرد مدل ها مختلف: به منظور مقایسه

کمی مدل های مورد بررسی از دو معیار MPI و PICP و شکل کلی دامنه عدم قطعیت استفاده شد. در جدول ۶ مقادیر این معیارها برای سه ایستگاه مورد مطالعه ارائه شده است. با توجه به جدول ملاحظه می شود برای تمام ایستگاه های مورد مطالعه، بهترین عملکرد برای روش GLUE بدست آمده است. بطوری که برای این روش کمترین مقدار MPI و بیشترین مقدار PICP بدست آمده است. به نوعی با استفاده از این روش دامنه عدم قطعیتی که دارای کمترین عرض متوسط و بیشترین مشاهدات را در برگرفته است، بدست آمده است.

پس از روش GLUE روش NVE دامنه عدم قطعیت کوچکتری نسبت به روش های دیگر بدست ارائه داده است. در این روش مقادیر PICP کوچکی برای هر سه

ایستگاه بدست آمده است که این امر نشان می دهد برای هر سه ایستگاه تعداد زیادی از داده های مشاهداتی خارج از دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی است. همانطور که در نمودارهای شکل ۶ مشاهده می شود با استفاده از این روش برای مقادیر تراز اشل کوچک دامنه عدم قطعیت بسیار کوچکی بدست آمده است که در آن اغلب داده های مشاهداتی خارج از دامنه عدم قطعیت قرار گرفته اند. با در نظر گرفتن مقادیر متوسط عرض دامنه عدم قطعیت و درصد داده های در برگرفته شده این روش دارای کارایی کمی در برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه است. پس از روش های GLUE و NVE روش GPLM در دو ایستگاه ارازکوسه و لازوره دامنه عدم قطعیت با عرض متوسط کمتری نسبت به روش PPR ارائه داده است.



شکل ۵- داده های مشاهداتی به همراه دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصد برآورد شده با روش PPR، A: ایستگاه گالیکش، B: ایستگاه لزوره، C: ایستگاه ارازکوسه

Fig. 5- Observed data long with the 95% prediction interval predicted by PPR method A: Galikesh station B: Lazoreh station , C: Araz Koosheh station

است. در مقایسه با روش GLUE مزیت روش های بیزی امکان استفاده از اطلاعات پیشین در برآورد عدم قطعیت است در این تحقیق با توجه به عدم وجود اطلاعات پیشین از پارامترهای منحنی سنجه برای ایستگاه های هیدرومتری ایران از اطلاعات پیشین پیش فرض در ساختار هر یک از مدل ها استفاده شد.

وارد کردن اطلاعات پیشین بر اساس رودخانه های ایران و همچنین خصوصیات هیدرولیکی ایستگاه های آب سنجی می تواند باعث کمتر کردن عرض دامنه عدم قطعیت گردد. در تحقیق (Ocio et al (2017 مشاهده کردند نوع تابع پیشین تاثیر زیادی بر عملکرد مدل ها دارد. این مسئله بخصوص برای داده های حدی که خارج از بستر اصلی رودخانه است، بیشتر نمایان است. در حالی که اطلاعات پیشین در دسترس نباشد به منظور جلوگیری از ایجاد اریبی در نتایج و همچنین غلبه اطلاعات نهفته در داده ها از توابع پیشین با کمترین اطلاعات استفاده می شود. مسئله ای که در تحقیق (Ocio et al (2017 نیز به آن اشاره شده است.

با استفاده از این روش برای دو ایستگاه لزوره و گالیکش مقادیر PICP به ترتیب برابر با ۹۶/۳ و ۹۲/۶ بدست آمده است و برای ایستگاه اراز کوسه برابر با ۷۶/۷ بدست آمده است. بر این اساس بهترین عملکرد روش GPLM برای ایستگاه لزوره بدست آمده است (اگر چه شکل دامنه عدم قطعیت قطعیت ۹۵ زیاد مناسب نیست). این مسئله به آن دلیل است که برای آنکه برای تمام روش ها مقایسه به صورت یکسان صورت گیرد معیار MPI فقط برای داده های مشاهداتی محاسبه شده است. مقادیر معیار MPI بدست آمده توسط روش PPR نسبت به مدل های دیگر بیشتر است و در مقابل نسبت به روش های بیزی دیگر این دامنه عدم قطعیت تعداد مشاهدات بیشتری را در بر گرفته است.

به طوری که برای تمام ایستگاه های مورد مطالعه مقادیر معیار PICP برابر با ۹۶ درصد بدست آمده است. با استفاده از این روش با در نظر گرفتن دو معیار MPI و PICP بهترین عملکرد برای ایستگاه گالیکش بدست آمده است. در مجموع برای ایستگاه های مورد مطالعه بهترین عملکرد برای روش GLUE و در بین روش های بیزی بهترین عملکرد برای روش PPR بدست آمده

جدول ۶- مقادیر معیارهای ارزیابی برای روش های مختلف در سه ایستگاه مورد مطالعه

Table 6. Evaluation criteria for different methods at the three studied stations

Method	Galikesh		Araz Koosheh		Lazoreh	
	MPI	PICP	MPI	PICP	MPI	PICP
NVE	0.693	0.556	5.525	0.567	2.660	0.704
GLUE	0.626	0.963	5.068	0.967	1.538	0.963
PPR	0.880	0.963	11.683	0.967	3.772	0.963
GPLM	1.271	0.926	5.596	0.767	2.739	0.963

نتیجه گیری

به منظور برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه روش های مختلفی ارائه شده اند که این روش ها ممکن است برای شرایط و ایستگاه های خاص طراحی شده باشند یا قابل تعمیم برای مناطق مختلف باشند. ممکن است برخی مدل ها برای رودخانه های کوچک مناسب باشند و برخی برای ایستگاه بزرگتر یا برخی از روش ها صرفاً به داده های دی-اشل نیاز دارند و برخی روش های دیگر به داده های بیشتر مثل خصوصیات سطح مقطع نیاز دارند. بنابراین روش های مختلفی برای شرایط متفاوت توسعه یافته اند و نیاز است تا با توجه به داده های در دسترس و خصوصیات رودخانه، روش مناسب انتخاب گردد. بدین منظور در این تحقیق اقدام به برآورد عدم قطعیت منحنی سنجه با استفاده از روش های GLUE و سه روش بیزی GPLM، PPR و NVE شد.

در منابع مختلف مانند (Le Coz et al, 2014) و Sikorska et al (2013) روش های دیگری برای برآورد عدم قطعیت وجود دارد. برای استفاده از این روش ها نیاز به خصوصیات سطح مقطع رودخانه است که لازم است تا به ایستگاه مورد مطالعه مراجعه شود و خصوصیات سطح مقطع به صورت دقیق محاسبه شود. از آنجایی که در ایران خصوصیات سطح مقطع مثل نوع پوشش، ضرب زبری در قسمت های مختلف و غیره در دسترس نیست و برای اغلب رودخانه های ایران فقط داده های دی-اشل در دسترس است و اندازه گیری می شوند، بنابراین در این تحقیق از روش GLUE و سه رویکرد بیزی که فقط نیاز به داده های دی-اشل دارند و نیاز به مراجعه به ایستگاه برای داده برداری زمینی ندارد استفاده شد.

از نظر سهولت اجرا با توجه به اجرای مدل در محیط R، مدل روش GPLM نسبت به روش های دیگر راحت تر قابل اجرا است. روش NWE در محیط لینوکس توسعه

پیدا کرده است بنابراین این مدل یا باید در محیط لینوکس اجرا شود یا با استفاده از برخی نرم افزارهای واسط در محیط ویندوز اجرا شود که در این تحقیق رویکرد دوم استفاده شد. در این حالت برخی از آیکن های نرم افزار به عنوان مثال آیکن تعیین توابع توزیع پیشین غیرفعال بود و در مجموع اجرای آن همراه با مشکلات زیاد است. در این تحقیق مدل PPR در محیط google clolab اجرا شد یکی از مشکلات این مدل نیز نیاز به پکیج های خاص برای اجرای پکیج ratingcurve است که مشکلات زیاد برای اجرای این مدل ایجاد کرده است.

با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می شود تمام رویکردهای بیزی مورد استفاده دامنه عدم قطعیت خیلی بزرگی ارائه داده اند که یک دلیل این مسئله را استفاده از توابع پیشین با اطلاعات کم و عدم استفاده از خصوصیات هیدرولیکی رودخانه دانست. با توجه به اطلاعات کم و عدم وجود یک تحقیق فراگیر از رابطه دی-اشل برای رودخانه های ایران، متأسفانه امکان استفاده از توابع پیشین با اطلاعات بیشتر وجود نداشت. با توجه به نتایج این تحقیق پیشنهاد می گردد در تحقیقات آینده از رویکردهای بیزی که مشخصات سطح مقطع در ساختار مدل وارد می شود، استفاده گردند تا بتدریج اطلاعات کامل تری برای توابع پیشین فراهم آید. به علاوه در سازمان های آب منطقه ای متأسفانه داده های دی-اشل استفاده شده برای سالهای گذشته در دسترس نمی باشد و به نوعی این اطلاعات از بین رفته است بنابراین پیشنهاد می گردد سازمان آب منطقه ای این اطلاعات را حفظ کرده همراه با داده های دی-اشل ارائه شوند.

در این تحقیق با توجه به معیارهای MPI و PICP، بهترین عملکرد برای روش GLUE بدست آمد. پس از این مدل بیشترین تعداد داده های مشاهداتی قرار گرفته

تشکر و قدردانی

پژوهش جاری در قالب طرح تحقیقاتی با شماره پرونده ۶/۰۳/۱۴۸ با استفاده از اعتبارات مالی دانشگاه گنبد کاووس به انجام رسیده است. نویسندگان این پژوهش مراتب تشکر و قدردانی خود را از آن دانشگاه اعلام میدارند. به علاوه از سازمان آب منطقه ای گلستان بابت ارائه داده های دبی صمصیمانه تشکر و قدردانی می کنیم.

تعارض منافع

در این مقاله تضاد منافی وجود ندارد و این مساله مورد تایید همه نویسندگان قرار دارد.

در دامنه عدم قطعیت ۹۵ درصدی برای روش PPR بدست آمد اگر چه این روش دامنه عدم قطعیت بزرگتری نسب به دو روش بیزی دیگر ارائه داده است. عملکرد دو روش GPLM و NVE به ترتیب با توجه به شکل دامنه عدم قطعیت در نقاط فاقد نمونه و مقادیر پایین PICP مناسب نبوده است. قابل ذکر است در این تحقیق از رویکردهایی که فقط از داده های دبی- اشل بدون خصوصیات هیدرولیکی استفاده شده است، ارزیابی مدل فقط در محدوده داده های مشاهداتی صورت گرفته است. مطمئناً برون یابی مدل خارج از داده های مشاهداتی منجر به دامنه عدم قطعیت بزرگتری می شود.

منابع مورد استفاده

- Bahleke, M., Rouhani, H., Fathabadi, A.H., Seyedian, S.M., 2020. Investigation of climate change impact on hydrological behavior of Arazkoose Watershed based on runoff indices. *Water Soil Sci.* 29(4), 97-108 (in Persian).
- Baldassarre, G.D., Claps, P., 2011. A hydraulic study on the application of flood rating curves. *Hydrol. Res.* 42(1), 10–19. <https://doi.org/10.2166/nh.2010.098>.
- Beven, K., Binley, A., 1992. The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction. *Hydrol. Process.* 6(3), 279–298
- Clarke, R.T., Mendiondo, E.M., Brusa, L.C., 2000. Uncertainties in mean discharges from two large South American rivers due to rating curve variability. *Hydrol. Sci.* 45(2), 221–236. <https://doi.org/10.1080/02626660009492321>.
- Coxon, G., Freer, J., Westerberg, I.K., Wagener, T., Woods, R., Smith, P., 2015. A novel framework for discharge uncertainty quantification applied to 500 UK gauging stations. *Water Resour. Res.* 51(7), 5531–5546. <https://doi.org/10.1002/2014WR016532>.
- Dogulu, N., López López, P., Solomatine, D.P., Weerts, A.H., Shrestha, D.L., 2015. Estimation of predictive hydrologic uncertainty using the quantile regression and UNEEC methods and their comparison on contrasting catchments. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 19, 3181–3201.
- Emami, H., Salajegh, A., Moghaddamnia, A., Khalighi, S., Fathbabadi, A., 2022. Runoff modeling using TRMM satellite precipitation data in Chehel Chai. *Water.* 14(30), 412-423 (in Persian). [10.22092/ijwmse.2021.354545.1897](https://doi.org/10.22092/ijwmse.2021.354545.1897).
- Garcia, R., Costa, V., Silva, F., 2020. Bayesian rating curve modeling: alternative error model to improve low-flow uncertainty estimation. *Hydrol. Engin.* 25(5). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001903](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001903).
- Hersch, R., 1993. The stage-discharge relation. *Flow Measure. Instrument.* 4(1), 11–15. [https://doi.org/10.1016/0955-5986\(93\)90005-4](https://doi.org/10.1016/0955-5986(93)90005-4).
- Hodson, T.O., Doore, K.J., Kenney, T.A., Over, T.M., Yeheyis, M.B., 2024. Ratingcurve: A python package for fitting streamflow rating curves. *Hydrol.* 11, 14. <https://doi.org/10.3390/hydrology11020014>
- Hrafnkelsson, B., Sigurdarson, H., Rögnvaldsson, S., Jansson, A.Ö., Vias, R.D., Gardarsson, S.M., 2022. Generalization of the power-law rating curve using hydrodynamic theory and Bayesian hierarchical modeling. *Environmet.* 33(2), e2711. <https://doi.org/10.1002/env.2711>.
- Jalbert, J., Mathevet, T., Favre, A.C., 2011. Temporal uncertainty estimation of discharges from rating curves using a variographic analysis. *Hydrol.* 397(1–2), 83–92. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.11.031>.
- Jalali, S., Nosrati, K., Bahrami, S., 2024. Determining the relative contribution of land use in sediment yield by using weathering indices in Chehl Chay Watershed. *Iran. J. Soil Res. (Soil Water Sci.)* 38, 3 (in Persian).
- Kennedy, E.J., 1984. Discharge ratings at gaging stations: Techniques of water-resource investigations of the United States Geological Survey. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(70\)90079-X](https://doi.org/10.1016/0022-1694(70)90079-X)
- Kiang, J.E., Gazoorian, C., McMillan, H., Coxon, G., Le Coz, J., Westerberg, I.K., Belleville, A., Sevez, D., Sikorska, A.E., Petersen-Overleir, A., Reitan, T., Freer, J., Renard, B., Mansanarez, V., Mason, R., 2018. A comparison of methods for streamflow uncertainty estimation. *Water Resour. Res.* 54(10), 7149–7176. <https://doi.org/10.1029/2018WR022708>.

- Le Coz, J., Renard, B., Bonnifait, L., Branger, F., Boursicaud, R. Le., 2014. Combining hydraulic knowledge and uncertain gaugings in the estimation of hydrometric rating curves: A Bayesian approach. *Hydrol.* 509, 573–587. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.11.016>.
- McMillan, H., Krueger, T., Freer, J., 2012. Benchmarking observational uncertainties for hydrology: Rainfall, river discharge and water quality. *Hydrol. Process.* 26(26), 4078–4111. <https://doi.org/10.1002/hyp.9384>.
- McMillan, H., Seibert, J., Petersen-Overleir, A., Lang, M., White, P., Snelder, T., Rutherford, K., Krueger, T., Mason, R., Kiang, J., 2017. How uncertainty analysis of streamflow data can reduce costs and promote robust decisions in water management applications. *Water Resour. Res.* 53(7), 5220–5228. <https://doi.org/10.1002/2016WR020328>.
- Mirzaei, Sh., Sadoddin, A., Bahremand, A., Ownegh, M., Mostafazadeh, R., 2023. The HEC-HMS hydrological model performance in the rainfall-runoff process simulation for the upstream watersheds of Gonbad, Iran. *ECO Hydrol.* 10(3), 355–377. <https://doi.org/10.22059/ije.2023.359860.1734> (in Persian)
- Moyeeda, R.A., Clarke R.T., 2005. The use of bayesian methods for fitting rating curves, with case studies. *Advance. Water Resour.* 28(8), 807–818. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2005.02.005>.
- Ahmad Nohegar, A., Malekian, A., Hosseini, M., Holisaz, A., Taghvaye Salimi, E., 2017. Comparison SUFI-2 and GLUE algorithms on runoff simulation in the forest catchments, a case study in the Shafaroud Catchment. *J. Water. Engin. Manage.* 8(4), 389–399. <http://doi.org/10.22092/ijwmse.2016.107185> (in Persian).
- Petersen-Overleir, A., Reitan, T., 2009. Bayesian analysis of stage–fall–discharge models for gauging stations affected by variable backwater. *Hydrol. Process.* 23(21), 3057–3074. <https://doi.org/10.1002/hyp.7417>.
- Petersen-Overleir, A., Reitan T., 2005. Objective segmentation in compound rating curves. *Hydrology.* 311(1–4), 188–201. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2005.01.016>.
- Ocio, D., Le Vine, N., Westerberg, I., Pappenberger, F., Buytaert, W., 2017. The role of rating curve uncertainty in real-time flood forecasting. *Water Resour. Res.* 53(5), 4197–4213. <https://doi.org/10.1002/2016WR020225>
- Reitan, T., Petersen-Overleir, A., 2006. Existence of the frequentistic estimate for power-law regression with a location parameter, with applications for making discharge rating curves. *Stochas. Environ. Res. Risk Assess.* 20(6), 445–453. <https://doi.org/10.1007/s00477-006-0037-6>.
- Reitan, T., Petersen-Overleir, A., 2007. Bayesian power-law regression with a location parameter, with applications for construction of discharge rating curves. *Stochastic Environ. Res. Risk Assess.* 22(3), 351–365.
- Reitan, T., Petersen-Overleir, A., 2008. Bayesian methods for fitting multi-segment stage-discharge rating curves. *Stochas. Environ. Res. Risk Assess.* 23, 627–642
- Reitan, T., Petersen-Overleir, A., 2009. Bayesian methods for estimating multi-segment discharge rating curves. *Stochastic Environ. Res. Risk Assess.* 23(5), 627–642. <https://doi.org/10.1007/s00477-008-0248-0>
- Schmidt, A., 2002. Analysis of stage-discharge relations for openchannel flows and their associated uncertainty. Thesis PhD, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Illinois Urbana-Champaign.
- Sikorska, A.E., Scheidegger, A., Banasik, K., Rieckermann, J., 2013. Considering rating curve uncertainty in water level predictions. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 17(11), 4415–4427. <https://doi.org/10.5194/hess-17-4415-2013>.
- Shahraki, M.R., Abedi Sarvestani, A., Lotfi, A., 2022. Livelihood vulnerability of villagers to climate change: the case of Oghan Watershed in Golestan Province. *J. Water. Engin. Management.* 14(1), 89–101 (in Persian).
- Shrestha, R.R., Bardossy, A., Nestmann, F., 2007. Analysis and propagation of uncertainties due to the stage-discharge relationship: a fuzzy set approach. *Hydrol. Sci. J.* 52(4), 595–610.
- Venetis, C., 1970. A note on the estimation of the parameters in logarithmic stage–discharge relationships with estimation of their error. *Int. Assoc. Scienti. Hydrol. Bulletin* 15(2), 105–111. <https://doi.org/10.1080/02626667009493957>.
- Vrugt, J., Ter Braak, C.J., Gupta, H.V., Robinson, B.A., 2009. Equifinality of formal (DREAM) and informal (GLUE) Bayesian approaches in hydrologic modeling? *Stochas. Environ. Res. Risk Assess.* 23(7), 1011–1026.
- Westerberg, I., Guerrero, J.-L., Seibert, J., Beven, K.J., Halldin, S., 2011. Stage-discharge uncertainty derived with a non-stationary rating curve in the Choluteca River, Honduras. *Hydrol. Process.* 25, 603–613. doi:0.1002/hyp.7848.